Zastosowanie algebry rozmytej w analizie trafności wyceny robót budowlanych.

Mgr inż. Michał Bętkowski, dr inż. Andrzej Pownuk
Wydział Budownictwa
Politechnika Śląska w Gliwicach
Michal.Betkowski@polsl.pl, Andrzej.Pownuk@polsl.pl

Streszczenie. Określenie kosztów robót budowlanych jest jednym z podstawowych z problemów inwestycyjnych. Głównym źródłem informacji przy sporządzaniu kosztorysu inwestorskiego są dostępne na rynku bazy pozwalające sporządzić kalkulacje. Zawarte w nich informacje o cenach czynników produkcji oraz narzutów różnią się dość znacznie - skutkiem są istotne różnice oszacowanych wartości robót przez inwestora i oferowanych cen przez wykonawców. W pracy przedstawiono propozycje szacowania kosztów robót budowlanych przy wykorzystaniu algebry liczb rozmytych ujmujących niepewny charakter danych.

Słowa kluczowe. Kosztorysowanie, algebra rozmyta, niepewność danych.

Abstract. Determination of cost of construction is one of basic from investment problems. Main source of the information in calculation of cost of engineering project are some databases which are available on the market and prepare cost estimating.
These information about prices of factors of production differ considerably – as a result there is difference between estimated value of civil engineering project which is made by investor and the contractor. In this paper a new method of estimating of cost of civil engineering project is presented. The method is based on algebra of fuzzy number. which take advantage of data uncertainty.

Keywords: cost estimating, fuzzy algebra, uncertainty.

Wstęp

Jednym z kluczowych problemów, przed którym stoi przyszły inwestor jest trafne określenie wartości robót, które w wielu wypadkach warunkuje podjęcie dalszych kroków odnośnie realizacji zadania.
Na ogół oszacowana wartość w kosztorysie inwestorskim, pomimo tych samych ilości jednostek przedmiarowych oraz podstaw normatywnych, a tym, co zaproponują wykonawcy w kosztorysach ofertowych, różni się w znacznym stopniu. Główną przyczyna tego są różnice pomiędzy opracowaniami firm monitorujących rynek. Zadnie podlega jeszcze większej komplikacji, gdy zachodzi konieczności indywidualnej kalkulacji cen jednostkowych – mamy różne dane na temat cen czynników produkcji jak również narzutów.

W artykule autorzy przedstawią próbę zastosowania zmiennej rozmytej w kalkulacji ceny jednostkowej przy sporządzaniu kosztorysu inwestorskiego.

Kosztorys inwestorski

Kosztorys inwestorski [11,14] stanowi kalkulację szacunkową kosztów wykonania robót i jest przygotowywany przez inwestora.

$$C_K = \sum_{i=1}^{N} L_i \cdot Cj_i + P_V \tag{1}$$

gdzie C_K – cena kosztorysowa , Cj_i – cena jednostkowa L_i – ilość jednostek przedmiarowych P_V – podatek od towarów i usług.

Ceny jednostkowe robót mogą być pozyskiwane z powszechnie dostępnych źródeł [13] za wykonanie określonej jednostki przedmiarowej robót, na odpowiednim poziomie ich agregacji. Jednak różnorodność technologiczna i materiałowa realizacji robót sprawia, że w wielu przypadkach musimy sięgać po kalkulacje szczegółową [11]ceny jednostkowej:

$$Cj_i = R_{j_i} + M_{j_i} + S_{j_i} + Kp_{j_i} + Z_{j_i} \tag{2}$$

gdzie Kpj_i - jednostkowe pośrednie są na ogół obliczane wskaźnika jako iloczyn podstawy naliczania i kosztów bezpośrednich – wartości kosztorysowej na jednostkę robocizny R_{j_i}, materiałów M_{j_i} i sprzętu S_{j_i}. Zysk jednostkowy (Zj_i) oblicza się jako iloczyn wskaźnika i podstawy naliczania (suma kosztów bezpośrednich i pośrednich).

Koszty bezpośrednie są iloczynem jednostkowych nakłady rzeczowych - n_{ri} robocizny, n_{mi} materiałów n_{si} sprzętu przyjmowanych na podstawie dostępnych katalogów [11] lub analiz indywidualnych oraz cen czynników produkcji ($C_{r_i}, C_{mn_i}, C_{si}$). Mp_{j_i} oznacza koszt materiałów pomocniczych.

$$R_{j_i} = n_{r_i} * C_{r_i} \tag{3}$$

$$M_{j_i} = \sum_{i=1}^{N} n_{m_i} C_{mn_i} + Mp_{j_i} \tag{4}$$

$$S_{j_i} = \sum_{i=1}^{N} n_{s_i} C_{si} \tag{5}$$

Istotnym problemem przy kalkulacji ceny jednostkowej jest ustalenie poziomu cen czynników produkcji (robocizny, materiałów, sprzętu) oraz wskaźników narzutów(kosztów pośrednich i zysku). Informacje uzyskane z dostępnych źródeł [6, 10] różnią się znacznie – również w konkretnych źródłach mamy podane na ogół wartości średnie, minimalne i maksymalne. Przyjęcie punktowego poziomu wprowadza sztuczną dokładność tam gdzie jej nie ma. Dlatego nie wydaje się celowe przyjmowanie precyzyjnych cen na etapie sporządzania kosztorysu inwestorskiego – jest to sztuczne wprowadzanie precyzji do oszacowania, gdyż istnieje nikłe prawdopodobieństwo, że podobne ceny i narzutów przyjmie wykonawca w swej kalkulacji ofertowej.

Opis ceny jednostkowej przy wykorzystaniu funkcji przynależności zbiorów rozmytych

Cenę jednostkową możemy otrzymać ze wzoru:

$$Cj_i = n_{r_i} * C_{r_i} + \sum_{i=1}^{N} n_{m_i} C_{mn_i} + Mp_{j_i} + \sum_{i=1}^{N} n_{s_i} C_{si} + Kp_{j_i} + Z_{j_i} \tag{6}$$

Z dostępnych źródeł można uzyskać informacje na temat poszczególnych wartości cenowych czynników produkcji oraz narzutów.
Niech dana jest pewna przestrzeń probabilistyczna (P, Ω, Ξ), gdzie P jest pewną miarą probabilistyczną Ω jest zbiorem wszystkich zdarzeń elementarnych, Ξ jest σ-ciałem zdarzeń. Na zbiorze Ω określimy zmienną losową o wartościach przedziałowych.

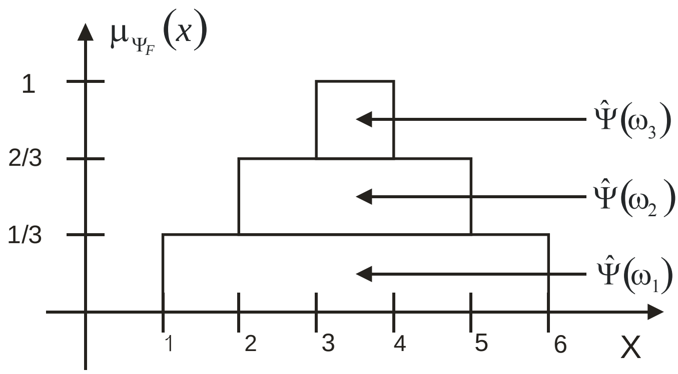
$$\hat{\Psi} : \Omega \ni \omega \to \hat{\Psi}(\omega) \in I(R) \tag{7}$$

gdzie $I(R)$ jest zbiorem wszystkich przedziałów określonych w zbiorze liczb rzeczywistych (przedział $\hat{\Psi}(\omega) = [\Psi^-(\omega), \Psi^+(\omega)]$ można również ograniczyć w szczególnym przypadku do punktu). Realizacja zmiennej losowej $\hat{\Psi}(\omega)$ może być interpretowana jako dane charakterystyczne pewnego parametru Ψ (np. ceny danego materiału, stawki robocizny czy narzutów). Problemem jest przyjęcie konkretnych wartości z uzyskanego zbioru danych. Jednak można zwykle oszacować górną $\Psi^+(\omega)$ i dolną $\Psi^-(\omega)$ granice danego parametru Ψ. Różne źródła reprezentowane są przez zdarzenie elementarne ω polegające na podaniu punktowej lub przedziałowej wartości $\hat{\Psi}(\omega) = [\Psi^-(\omega), \Psi^+(\omega)]$.

Zatem zbiór wszystkich zdarzeń elementarnych Ω zawiera informacje (ω) na temat możliwych wartości. Dla każdego składnika Ψ można zbudować rodzinę przedziałów ufności $[\Psi_\alpha^-, \Psi_\alpha^+]$, tak by był spełniony wzór (8):

$$P\{\omega : \Psi(\omega) \cap ((-\infty, \Psi_\alpha^-) \cup (\Psi_\alpha^+, \infty)) \neq \varnothing\} = \alpha \tag{8}$$

Na rysunku 1 przedstawiono przykładową funkcję przynależności w przypadku, gdy $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ oraz $\hat{\Psi}(\omega_1) = [1, 6]$, $\hat{\Psi}(\omega_2) = [2,5]$, $\hat{\Psi}(\omega_3) = [3, 4]$.



Rys. 1

Przez $n(A)$ oznaczymy liczbę elementów zbioru A. Do oszacowania prawdopodobieństwa (8) będziemy wykorzystywali następujący estymator:

$$\alpha \approx \frac{n(\{i : \hat{\Psi}_i \cap ((-\infty, \Psi_\alpha^-) \cup (\Psi_\alpha^+, \infty)) \neq \varnothing\})}{N} = \sum_{i : \hat{\Psi}_i \cap ((-\infty, \Psi_\alpha^-) \cup (\Psi_\alpha^+, \infty)) \neq \varnothing} \frac{1}{N} \tag{9}$$

gdzie $\hat{\Psi}_i$ są informacjami na temat parametru Ψ oraz N jest liczba wszystkich uzyskanych danych.

W przypadkach, gdy przy oszacowywaniu wartości Ψ niektórym źródłom można przypisać różne wagi w_i (np. większa waga dala wartości średniej niż minimalnej oraz większa waga dla bardziej uznanych na rynku źródeł), to stopień przynależności α można oszacować następująco:

$$\alpha \approx \sum_{i : \hat{\Psi}_i \cap ((-\infty, \Psi_\alpha^-) \cup (\Psi_\alpha^+, \infty)) \neq \varnothing} w_i \tag{10}$$

Przy czym zakładamy, że $\sum_{i=1}^{N} w_i = 1$ dla wszystkich wartości Ψ.

Przy pomocy tak zdefiniowanych przedziałów można zdefiniować funkcję przynależności liczby rozmytej:

$$\mu_{\Psi_F}(x) = \sup\left\{\alpha : x \in \hat{\Psi}_\alpha\right\} = \sup\left\{\alpha : x \in [\Psi_\alpha^-, \Psi_\alpha^+]\right\} \tag{11}$$

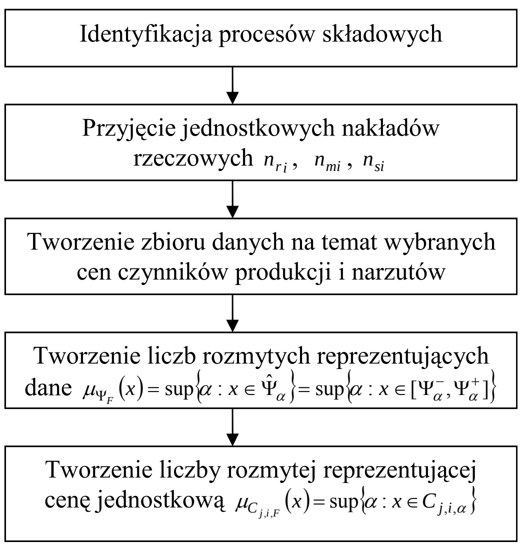
gdzie Ψ_F oznacza zbiór rozmyty zdefiniowany przy pomocy funkcji przynależności $\mu_{\Psi_F}(x)$. Przedział $\hat{\Psi}_\alpha = [\Psi_\alpha^-, \Psi_\alpha^+]$ może być traktowany jako definicja α-przekroju liczby rozmytej Ψ_F:

$$\hat{\Psi}_\alpha = [\Psi_\alpha^-, \Psi_\alpha^+] = \left\{x : \mu_{\Psi_F}(x) \geq \alpha\right\} \tag{12}$$

Podobna koncepcja definicji zbioru rozmytego znajduje się w pracy [7] i oparta jest na tzw. „clouds". Tak otrzymaną funkcję przynależności zbioru rozmytego można przetransformować do funkcji gęstości rozkładu prawdopodobieństwa pewnej zmiennej losowej. Obecnie istnieje kilka metod, które umożliwiają osiągnięcie tego celu [1, 4].

Procedura obliczania rozmytej ceny jednostkowej

Algorytm obliczania ceny jednostkowej z wykorzystaniem zbiorów rozmytych opisujących ceny czynników produkcji oraz narzuty przedstawia rys 2.



Rys. 2

W celu obliczenia rozmytej ceny jednostkowej $Cj_{i,F}$ należy obliczyć α-przekroje wszystkich składowych liczb rozmytych oraz dokonać obliczeń na podstawie wzoru.

$$\hat{C}j_{i,\alpha} = n_{r_i} * \hat{C}_{r_i,\alpha} + \sum_{i=1}^{N} n_{m_i} \hat{C}_{mn_i,\alpha} + \hat{M}p_{j,i,\alpha} + \sum_{i=1}^{N} n_{s_i} \hat{C}_{s,\alpha,i} + \hat{K}p_{j,i,\alpha} + \hat{Z}_{j,i,\alpha} \quad (13)$$

Jeśli mamy dwie liczby rozmyte A_F, B_F to wykorzystując ich α-przekroje $(\hat{A}_\alpha, \hat{B}_\alpha)$ możemy wykonać na nich dowolną operację arytmetyczną *.

$$\hat{C}_\alpha = \hat{A}_\alpha * \hat{B}_\alpha = \{A * B : A \in \hat{A}_\alpha, B \in \hat{B}_\alpha\} \quad (14)$$

Rozmyty wynik tak określonej operacji arytmetycznej otrzymujemy przy pomocy wzoru:

$$\mu_{C_F}(x) = \sup\{\alpha : x \in \hat{C}_\alpha\} \quad (15)$$

Na podstawie wzorów (13, 15, 14) można obliczyć rozmytą jednostkową cenę kosztorysową.

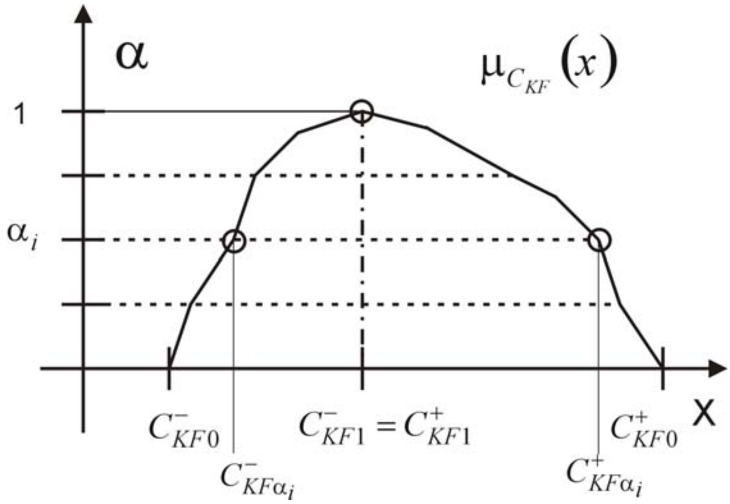
$$\mu_{C_{j,i,F}}(x) = \sup\{\alpha : x \in C_{j,i,\alpha}\} \quad (16)$$

Tworzenie liczby rozmytej reprezentującej cenę kosztorysową

Funkcję przynależności rozmytej ceny kosztorysowej $\mu_{C_{KF}}(x)$ można obliczyć na podstawie następującego wzoru:

$$\mu_{C_{KF}}(x) = \sup\{\alpha : x \in \hat{C}_{K\alpha}\} \quad (17)$$

Wynik przykładowej analizy wynikającej z zastosowania wzoru (1) i (17) przedstawiony jest na rysunku 3.



Rys. 3

Podsumowanie

Przyjmowanie precyzyjnych danych przy kalkulacji ceny jednostkowej w kosztorysie inwestorskim, wprowadzamy sztuczną dokładność tam gdzie nie wynika ona rzeczywistego charakteru danych. Zbiór danych na ogół jednak nie pozwala nam na przypisanie do nich charakterystyk probabilistycznych. Możemy natomiast do opisu cen czynników produkcji i narzutów zmienną rozmytą.

Liczby rozmyte można zdefiniować jako zbiór przedziałów ufności danych początkowych. Tak zdefiniowane liczby rozmyte posiadają prostą interpretacje na gruncie teorii prawdopodobieństwa. Podobna koncepcja znajduje się w pracy [7].

Wyniki uzyskane na bazie obliczeń z wykorzystaniem teorii zbiorów rozmytych informują o wrażliwości wyniku na zmiany danych początkowych i mogą zostać wykorzystane do prognozowania wartości przyjętych cen jednostkowych w ofertach.

Formuła obliczania kosztorysu inwestorskiego na potrzeby zamówień publicznych według [14] różni w pewnym stopniu od [11]. Jednak tok można w stosunkowo prosty sposób adaptować.

Literatura

[1] Barry R. Cobb and Prakash P. Shenoy, On the Plausibility Transformation for Transforming Belief Function Models to Probability Models. http://lark.cc.ku.edu/~pshenoy

[2] Bilgiç T., Turksen I.B., 1999, Measurement of Membership Functions: Theoretical and Empirical Work, Chapter 3 in D. Dubois, H.

Prade (eds) Handbook of Fuzzy Sets and Systems Vol. 1, Fundamentals of Fuzzy Sets, Kluwer,
[3] Goodman I.R., 1982, Fuzzy sets as a equaivalence class of random sets. Fuzzy Sets and
Possibility Theory, R. Yager ed.,
[4] Dubois D., Foulloy L., Mauris G., Probability-Possibility Transformations, Triangular Fuzzy Sets and Probabilistic Inequalities. Reliable Computing 10: 2004.
[5] Dubois D., Prade H., Random sets and fuzzy interval analysis. Fuzzy Sets and Systems, Vol. 38, 1991
[6] Informacyjny zestaw cen czynników produkcji budowlanej ICCP – ORGBUD serwis – POZNAŃ – kwartalnik
[7] Neumaier A., Clouds, fuzzy sets and probability intervals, Reliable Computing 10, 2004.
[8] Neumaier A.: Interval methods for system of equations. Cambridge University, Press, 1990.
[9] Puri, M.L., and Ralescu, D.A., 1986, Fuzzy Random Variables, J. Math. Analysis and Applications, 114:409-422, 1986.
[10] Sekocenbud - Informacja o cenach materiałów budowlanych – Ośrodek Wdrożeń Ekonomiczno-Organizacyjnych „Promocja” Warszawa - kwartalnik
[11] Środowiskowe Metody Kosztorysowania – Stowarzyszenie Kosztorysantów Budowlanych Zrzeszenie Biur Kosztorysowania Budowlanego - Warszawa – Grudzień 2001
[12] Zadeh, L., Fuzzy sets. Information and Control, 8(3), 1965
[13] Zbiór jednostkowych wskaźników cenowych z zakresu budownictwa ogólnego mieszkaniowego oraz przemysłowego na roboty inwestycyjne - Bistyp-Consulting – kwartalnik
[14] Rozporządzenie ministra infrastruktury z dnia 18 maja 2004 r.
w sprawie określenia metod i podstaw sporządzania kosztorysu inwestorskiego - Dziennik Ustaw Nr 130 Poz. 1389.